GEOCARTOGRAFIA

André Libault

EDUSP, 1975

Profª Fernanda.

4 cap.

Introdução à Cartografia

Capítulo I

GENERALIDADES (69)

Definição.

Qualquer área da superfície da Terra que seja representada por uma carta terá, na realidade, a forma de uma porção do geóide, aproximadamente um setor de superfície esférica. Por conseqüência, não será plana, não podendo ser transformada em plano, a não ser por meio de uma anamorfose. Esta operação, bem definida pelos matemáticos, significa na realidade um deslocamento dos pontos da esfera até que haja coincidência com um plano. A física sabe realizar tal transformação: utiliza um sistema óptico de lentes reproduzindo os detalhes de uma área esférica sôbre uma tela e, por êsse motivo, em quase todos os idiomas foi adotada a palavra "Projeção". Infelizmente, esta designação parece pouco feliz porque, atualmente, as "Projeções" usuais são de correspondência matemática e não podem ser materializadas por meio de aparelhos.

Na superfície da Terra, a localização de um ponto será precisamente definida, quando forem determinadas as duas coordenadas: *Longitude* e *Latitude*. Na superfície do plano, as coordenadas são *Plano-retangulares*, exatamente como as da quadrícula da redução ao horizonte, sendo por isso designadas de abscissas e ordenadas(70).

Uma definição universal do sistema de "Projeção" seria: uma correspondência matemática entre as coordenadas plano-retangulares da carta e as coordenadas esféricas da Terra. Alguns sistemas correspondem a combinações geométricas simples, mas, geralmente, trata-se de expressões puramente abstratas.

(69) Êste capítulo será desenvolvido globalmente, incluindo tanto as projeções das cartas geográficas como as das planimétricas. Com efeito, a divisão das considerações pouco proveito traria para a sua leitura.

(70) As vêzes utilizam-se, também, coordenadas polares, mas êste caso pode ser considerado como uma transformação das coordenadas retangulares.

Deformações.

É evidente que esta *anamorfose* não pode ocorrer sem um deslocamento *desigual* dos pontos da esfera sôbre o plano. A disposição de uma figura geométrica não será, então, a mesma na carta ou na superfície da Terra(71). Em outras palavras, a imagem de um contôrno bastante grande será diferente dêste contôrno: será uma imagem deformada. Êste defeito é inevitável e o problema essencial das projeções será o de apreciar as deformações de modo a reduzir, ao mínimo, os defeitos incômodos. A identificação dêstes é importante para o cartógrafo, a fim de que não faça determinações inadequadas ou, pelo menos, conheça o grau do êrro que pode resultar dessas determinações.

Indicatriz de Tissot

A existência das deformações era conhecida desde o início da Cartografia. Sua teoria porém implica métodos de cálculo que sòmente foram descobertos no século XIX. O cientista francês Tissot foi o primeiro a fornecer uma classificação racional das deformações. Êle examinou as variações de um pequeno círculo inscrito na superfície da Terra, depois de ser transformado pelas fórmulas da projeção. Qualquer que seja o tipo dessa transformação, o resultado será uma pequena elipse, mas de eixos mais ou menos desiguais. É claro que a forma da elipse deve ser diferente de um lugar para outro, dentro da área da carta, pois uma transformação que desse em todos os pontos a mesma deformação seria perfeita, fàcilmente transformável em uma projeção sem deformações, o que, sabemos, é impossível.

Pode-se, porém, definir um sistema no qual uma propriedade se mantém constante dentro da área total da carta. Não se pode aqui entrar em detalhes quanto ao raciocínio de Tissot mas, intuitivamente, pode-se perceber que existem sòmente duas possibilidades de realização destas condições: 1.º) tôdas as elipses são de eixos iguais e, por isso, são *circulares*. Mas, as imagens de círculos iguais na Terra são círculos desiguais na carta.

2.º) Tôdas as elipses têm a mesma área (proporcional à do círculo original); em cada ponto os eixos serão diferentes, mas o seu *produto* permanecerá sempre o mesmo.

Fora das implicações citadas de constância, a definição das projeções pode introduzir muitos sistemas, mas nenhum será capaz de apresentar uma propriedade básica que se repita dentro da extensão total da carta.

Conformidade

Quando um pequeno círculo da superfície esférica continua a ser representado sob essa mesma forma, qualquer que seja o seu tamanho, todos os raios correspondentes de ambos

Um círculo pequeno da superfície da Terra será representado por círculos de raio diferente no caso da **conformidade**, *e por elipses mais ou menos achatadas mas de mesma área, no caso da* eqüivalência.

(71) "A pele de onça não pode tornar-se um tapête sem deformar as manchas" (Clos-Arceduc).

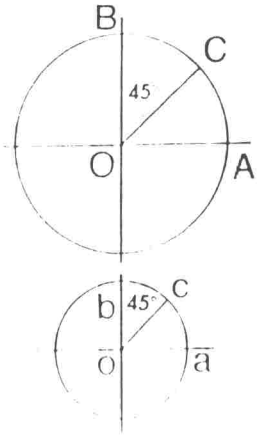
os círculos formam os mesmos ângulos tanto sôbre a esfera quanto na carta. Por exemplo, sendo *oa* e *ob* os raios principais da carta, correspondentes aos raios *OA* e *OB* da esfera, a permanência da forma circular exige que o ângulo reto *BOA* seja representado pelo ângulo reto *boa*. Pela mesma razão, um raio *OC* terá como correspondente o raio *oc*, de modo que o ângulo *BOC* seja igual ao ângulo *boc*: na figura: 45º. Esta constatação significa que, ao redor do mesmo centro *O*, de imagem *o*, todos os rumos mantêm a mesma orientação, sem nenhuma deformação angular: uma pequena figura se reproduz *conforme* o original, de tal modo que esta propriedade básica é agora conhecida sob o nome de *conformidade*(72). Assim, os ângulos são mantidos, e a qualidade é freqüentemente designada como *"conservação dos ângulos"*. É uma verdade absoluta, pois sabemos que a modificação da escala não altera os ângulos.

Deve-se ainda observar que, na carta, mesmo no caso de uma figura bastante ampla, não há alternativa para o traçado das linhas que ligam o ponto central aos pontos externos: pode-se sòmente usar retas. O mesmo não acontece na superfície da esfera. Na realidade, a linha é sempre uma curva, sabendo-se que, sôbre esta superfície arredondada, dois pontos podem ser ligados por várias linhas. A curva que corresponde à linha reta da carta *raramente coincidirá* com o arco de círculo máximo da esfera, a ortodromia. A conservação dos ângulos aplica-se imediatamente no caso de uma figura pequena mas também entre dois pontos bastante distanciados, levando-se em conta a anamorfose da linha reta da carta.

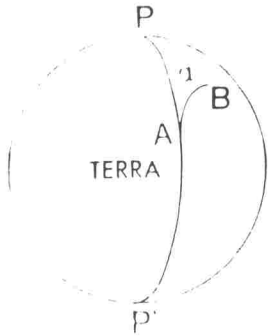
Por outro lado, a conformidade implica uma variação de escala de um ponto do globo para outro, porque não há possibilidade de conseguir que todos os círculos transformados fiquem iguais: a projeção seria perfeita, o que não pode existir. A projeção apresenta sempre pontos privilegiados, nos quais a conformidade acompanha *localmente* a conservação das distâncias lineares. Ao redor dêste centro (ou dêstes centros) as variações de escala e as deformações lineares processam-se mais ou menos ràpidamente determinando, assim, uma zona de deformação mínima (ou zona de mínimo de deformação). Um problema importante será, então, determinar os limites de *deformação aceitável*. Ao fixar uma variação relativa da escala, ou seja, em percentagem, os erros absolutos quanto às distâncias não diferem. Assim, uma projeção conforme será utilizável dentro de uma área definida, cuja extensão depende do êrro de distância máximo pré-determinado.

Uma outra conseqüência da conservação dos ângulos é que os meridianos e os paralelos devem se cruzar sob um ângulo de 90º. Então, nenhuma projeção pode ser considerada conforme se não apresentar uma ortogonalidade dos paralelos e dos meridianos. A recíproca, porém, não é verdadeira: uma projeção pode apresentar meridianos e paralelos perpendiculares, mas não ser conforme. Isto significa, apenas, que os meri-

(72) Esta nomenclatura é bastante recente, mas a raiz "conforme" aparece em muitas línguas. Tissot utiliza a palavra "autogonal" = ângulos iguais (congruentes).



A partição do círculo-imagem não sofre alteração em comparação com o círculo-modelo de uma projeção. (Conservação dos ângulos.)

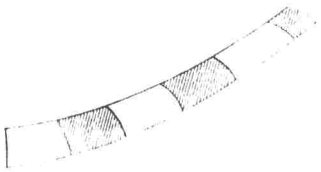


Uma linha reta da carta pode ser a transformada de uma curva da Terra, mas o **ângulo tangencial** *não sofre deformação (conformidade).*

dianos e paralelos representam direções privilegiadas; todavia, as outras direções não serão conservadas. A bissetriz do ângulo reto na natureza, por exemplo(73), não corresponderá à bissetriz dêsse mesmo ângulo na carta. Êste fato pode ser de grande utilidade para identificar um sistema de projeção desconhecido e não mencionado.

Eqüivalência

A outra propriedade básica definida por Tissot é a conservação das áreas. Contràriamente ao que acontece com os ângulos, esta "conservação" das áreas, não significa que as áreas da carta sejam iguais às da natureza. A palavra foi imaginada pelos matemáticos que não se preocupam com a escala. Na realidade deve-se entender que as áreas da carta são *proporcionais* às da natureza, sendo a razão da proporcionalidade constante e igual *ao quadrado da escala*. Por exemplo, todos os trapézios (mistilineares) que representam os quadriláteros quadri-retangulares da esfera de uma zona apresentarão a mesma área, mas dentro de um contôrno que pode diferir muito. Os ângulos dos meridianos, e dos paralelos especialmente, não serão de 90°, podendo diferir bastante de uma latitude para outra. Conseqüentemente, os eixos das elipses de Tissot não devem acompanhar as direções dos meridianos e dos paralelos. A deformação será angular, e a carta apresentará deformações de ângulo, que variarão de um lugar para outro da carta. Êstes erros de ângulos podem ser calculados, exatamente, como as alterações de escala, e servirão para definir as qualidades intrínsecas da projeção.



Entre dois paralelos de uma projeção eqüivalente, os meridianos eqüidistantes abrangem áreas iguais, mas de formas diferentes.

Isolinhas das deformações

Excetuando os pontos singulares, a correspondência matemática da projeção terá como conseqüência uma continuidade de tôdas as funções derivadas destas fórmulas. Por isso, todos os pontos que correspondem a um mesmo valor da deformação agrupar-se-ão sôbre uma mesma curva, que será a isolinha desta deformação. Considerando inicialmente as duas projeções de qualidades básicas, parece que no caso de uma projeção conforme as deformações serão de distância linear e, pelo contrário, no caso de uma projeção eqüivalente, as deformações serão de ângulos. Então, no primeiro caso, as isolinhas corresponderão aos acréscimos (às vêzes reduções) *percentuais* dos comprimentos; mas, no caso de deformações angulares, o valor considerado será um valor *absoluto*, em minutos ou segundos de grau. Por exemplo: uma isolinha poderá ligar todos os pontos ao redor dos quais a deformação relativa fôr de menos 5 por mil (projeção conforme). Freqüentemente, prefere-se considerar a diferença desta deformação em relação à unidade, o que constituirá o *coeficiente de escala*. No exemplo acima, um tal

(73) Trata-se dos ângulos que formam as tangentes às curvas da superfície esférica.

coeficiente pode ser escrito: 1,000 — 0,005 = 0,995. Assim, a isolinha de deformação linear é freqüentemente chamada de *isoescalar*. Na parte matemática o leitor encontrará um esbôço do método de cálculo das isolinhas.

Exatamente do mesmo modo, poder-se-á definir as linhas de deformação angular que, dependendo do caso, formarão uma rêde distanciada de grau em grau, de meio grau em meio grau, etc.; esta noção porém, não é tão ràpidamente perceptível quanto a de escala.

A consideração das isolinhas permite definir melhor as zonas de deformação aceitável: será suficiente marcar o contôrno acompanhando uma isolinha que corresponda ao valor máximo fixado.

Outros tipos de projeção.

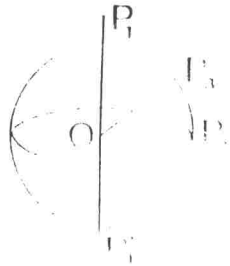
Esta divisão em projeções conformes e projeções eqüivalentes não tem a finalidade de eliminar todos os outros tipos de projeção, que não apresentem uma destas qualidades: sòmente uma, já que ambas não podem coexistir. Embora a utilização seja menos simples, existem muitos sistemas de projeção que não apresentam nem a conformidade, nem a eqüivalência. Ao redor do mesmo ponto, a representação cartográfica evidencia, simultâneamente, deformações angulares e deformações de escala. A rêde das isolinhas seria dupla, o que pode ser feito, utilizando-se côres diversas. Às vêzes, não é desvantajoso introduzir um pequeno êrro angular, para reduzir o êrro da escala, e as projeções assim estabelecidas são conhecidas como de "deformação mínima", porque a fidelidade é obtida combinando-se a aproximação linear com a angular.

Por outro lado, várias utilizações exigem uma característica exclusiva: a conformidade ou a eqüivalência. Um bom exemplo é o das projeções chamadas "eqüidistantes". Deve-se observar que esta propriedade de conservar, sem deformação, as distâncias ortodrômicas, *ao redor de um centro*, é diferente daquelas básicas já definidas. Evidentemente, não há possibilidade de construir uma projeção que seja eqüidistante para qualquer ponto; a rêde seria sem deformações, o que não é possível. Mas, para se calcular as distâncias ortodrômicas a partir de um ponto definido, há vantagens em se construir uma projeção especial. Ao se considerar um outro ponto como centro, tôda a projeção deve ser recalculada e reconstruída.

Transferência do ponto central.

Já foi comentado o fato de que o ponto central apresenta certas vantagens. É freqüente o ponto central (também chamado de pivô) de uma projeção conforme aparecer sem deformações de área ou, então, de distâncias. O pequeno círculo de Tissot não sòmente mantém sua forma, como também conserva a mesma dimensão (levando-se em conta a proporção da escala); em outras palavras, o coeficiente de escala será igual a 1. Esta sin-

gularidade pode se estender a uma linha privilegiada da rêde. Perto do ponto ou da linha a propriedade não vai desaparecer sùbitamente; mas deverá diminuir progressivamente de intensidade. Os pontos ou as linhas centrais serão a base desta zona de menor deformação, já citada. Por conseqüência, será muito bom orientar a projeção de tal modo que esta zona favorável abranja a zona cartografada: o centro da projeção deve coincidir com o centro da carta.



O mesmo tipo de projeção pode ter como pivô o pólo, um ponto do equador ou um ponto qualquer; as projeções se chamam respectivamente: polar (P_1), equatorial (P_2), oblíqua (P_3).

Felizmente, não é muito difícil deslocar o centro de projeção; a rêde dos meridianos e paralelos é constituída por curvas transcendentes, que serão traçadas ligando os cruzamentos de coordenadas plano-retangulares calculadas. Assim, muitas projeções podem aparecer sob três aspectos diferentes. Suponhamos um sistema de projeção concebido com um pólo (norte ou sul) P_1 localizado no centro. Percebe-se, intuitivamente, que um sistema simples representará os paralelos como círculos concêntricos e os meridianos, como retas concorrentes. A representação será certa ao redor do pólo, mas as deformações aumentarão com a colatitude. Um ponto do equador apresenta a distância máxima da representação de um hemisfério; as deformações serão enormes. Para representar as regiões centradas sôbre o equador será, então, melhor deslocar o pivô da projeção para um ponto P_2 do equador. Esta transformação não pode alterar as propriedades básicas da projeção, de tal modo que esta deverá permanecer conforme ou eqüivalente; mas, o traçado dos meridianos e paralelos será de linhas menos geométricas do que os círculos ou as retas primitivas. Êste desenho é chamado de aspecto equatorial da projeção. Os pólos são dois: de tal modo que se pode definir dois *aspectos polares* da projeção. Os pontos do equador, entretanto, são uma infinidade e, escolhendo-se sucessivamente cada um dêsses pontos como centro, pode-se definir uma infinidade de projeções *equatoriais* (cada uma caracterizada por uma variável, a longitude do pivô). Mas, sendo a Terra esférica, qualquer ponto pode pretender ter o privilégio de ser o pivô, como no caso do ponto P_3 (escolhido para aumentar a clareza, no meridiano do plano da figura). Por conseqüência, podemos definir um terceiro aspecto, de centro P_3 do mesmo sistema de projeção. Como a linha OP_3 fica fora do equador e da linha dos pólos, é uma linha oblíqua, cuja posição permite definir uma dupla infinidade de projeções *oblíquas*. Para localizar o pivô, são necessárias, com efeito, duas coordenadas: a longitude e a latitude. Ao redor do ponto P_3, as verticais farão o papel dos meridianos e os almicântaras o dos paralelos. Esta observação pode ajudar em alguns casos, principalmente quando a construção geométrica é bastante fácil.